



CONSTRUÇÃO DA FUNÇÃO DE GREEN PARA DOMÍNIOS LIMITADOS DE \mathbb{R}^2 E EXEMPLOS

Marcantônio Soares Figueiredo¹, Jefferson Abrantes dos Santos²

RESUMO

Neste trabalho, faremos a construção da Função de Green (utilizando o método devido a Peter Lax). Seja Ω um domínio limitado contido no plano cuja fronteira cumpre as condições da esfera interior e exterior. Nessas condições, o Teorema de Poincaré garante a existência de uma Função de Green associada a Ω . Mostraremos que as condições da esfera interior e exterior são satisfeitas se a fronteira de Ω é C^2 . A construção que será feita aqui utiliza-se das identidades de Green, da solução fundamental para o problema de Laplace, do Teorema do Valor Máximo e do Teorema de Hahn-Banach. Dentre as aplicações da Função de Green, destaca-se a representação da solução u do problema de Dirichlet na região Ω e com valor de fronteira $f \in C^2(\partial\Omega)$ por meio da integral sobre $\partial\Omega$ do núcleo de Poisson, isto é, da derivada direcional da Função de Green na direção do vetor unitário normal a $\partial\Omega$. Mostraremos também alguns exemplos da Função de Green e da representação por meio de integral para funções em domínios particulares.

Palavras-chave: Função de Green, Laplaciano, Teorema de Hahn-Banach.

¹Aluno do curso de Bacharelado em Matemática do Departamento de Matemática, UFCEG, Campina Grande, PB, e-mail: mafigueiredo08@gmail.com

²Doutor, Professor, Departamento de Matemática, UFCEG, Campina Grande, PB, e-mail: emaildoorientador@seuprovedor.com

CONSTRUCTION OF THE GREEN'S FUNCTION FOR BOUNDED DOMAINS IN \mathbb{R}^2 AND EXAMPLES

ABSTRACT

In this text, we will construct the Green's Function (using Peter Lax's method). Let Ω be a bounded domain contained in the plane and whose boundary satisfies the conditions of the inner and outer sphere. Under these conditions, the Poincaré Theorem guarantees the existence of a Green's Function associated with Ω . We also show that the inner and outer sphere conditions are satisfied if Ω has a C^2 boundary. The construction that will be done here uses the identities of Green, the fundamental solution to the Laplace problem, the Maximum Value Theorem and the Hahn-Banach's Theorem. Among the applications of the Green Function, we highlight the solution u of the Dirichlet's problem in the region Ω and with the boundary value $f \in C^2(\partial\Omega)$ by means of the integral over $\partial\Omega$ of the Poisson's kernel, the directional derivative of the Green's Function in the direction of the normal unit vector at $\partial\Omega$. We will also show some examples of the Green Function and integral representations for functions in particular domains.

Keywords: Green's function, Laplacian, Hahn-Banach's theorem.